Experience-Weighted Attraction Learning in Normal Form Games

Camerer,C.and T.H.Ho (1999)
Econometrica,Vol.67,No.4,pp.827-874

2008/10/7
論文ゼミ#11
M1 北川直樹

行動ゲーム理論

- 限定合理性
  - 静学的ゲーム
    - 質的応答均衡(QRE)
  - 動学的ゲーム：学習モデル
    - 強化学習
      - 自分の過去の戦略結果
    - 信念学習
      - 相手の過去の戦略結果
    - EWA学習
      - 強化学習 + 信念学習

ゲームの定義

プレイヤー数	$i = 1, \ldots, n$
プレイヤーiの選択肢	$S_i = \{s_i^1, s_i^2, \ldots, s_i^{m_i - 1}, s_i^{m_i}\}$
ゲームの戦略空間	$S = S_1 \times \ldots S_n$
戦略の組	$s = (s_1, \ldots s_n) \in S$
プレイヤーi以外の戦略空間	$S_{-i} = \prod_{j=1, j \neq i}^{n} m_j$
プレイヤーi以外の戦略の組	$s_{-i} = (s_1, \ldots, s_{i-1}, s_{i+1}, \ldots, s_n)$
t期にiが得た利得	$\pi_i(s_i(t), s_{-i}(t))$
t期の戦略結果の指示関数	$I(s_i^j, s_i(t))$

強化学習 -Choice Reinforcement-

- 学習ルール
  - Harley(1981),Roth and Erev(1995)

$$R_i^j(t) = \begin{cases} \phi \cdot R_i^j(t-1) + \pi_i(s_i^j, s_{-i}(t)) & if\ \ s_i^j = s_i(t) \\ \phi \cdot R_i^j(t-1) & if\ \ s_i^j \neq s_i(t) \end{cases}$$

$$R_i^j(t) = \phi \cdot R_i^j(t-1) + I(s_i^j, s_i(t)) \cdot \pi_i(s_i^j, s_{-i}(t))$$

- 変数の説明
  - プレイヤーiのt期における戦略jの強化 $R_i^j(t)$
  - プレイヤーiがt期に戦略jを選択した利得 $I(s_i^j, s_i(t)) \cdot \pi_i(s_i^j, s_{-i}(t))$
- パラメータ
  - プレイヤーiの戦略jに対する初期強化 $R_i^j(0)$
  - 過去に経験した強化の割引率 ϕ

例題 -強化学習-

- 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

- パラメータの設定

$R_A^1(0)=0.5$

$R_A^2(0)=0.5$

$\phi=1$

- 1回目

$s(1)=(S_1,S_1)$

$R_A^1(1)=R_A^1(0)+\pi_A^1(S_A^1,S_B^1)=2.5$

$R_A^2(1)=R_A^2(0)=0.5$

- 2回目

$s(2)=(S_1,S_2)$

$R_A^1(2)=R_A^1(1)+\pi_A^2(S_A^1,S_B^2)=3.5$

$R_A^2(2)=R_A^2(1)=0.5$

- 3回目

$s(3)=(S_1,S_2)$

信念学習　-Belief based Models-

- 学習ルール
  - Fudenberg and Leving(1995),Cheng and Fridman(1997)

$$N(t) = 1 + \rho \cdot N(t-1)$$

$$B_{-i}^{k}(t) = \frac{\rho \cdot N_{-i}^{k}(t-1) + I(s_{-i}^{k}, s_{-i}(t))}{N(t)}$$

$$E_i^j(t) = \sum_{k=1}^{m_{-i}} \pi_i(s_i^j, s_{-i}^k) \cdot B_{-i}^k(t)$$

- 変数の説明
  - iがt期に持つ相手の行動に対する経験数　$N(t)$
  - iがt期に持つ”相手が戦略kを選択する”確信の確率　$B_{-i}^{k}(t)$
  - iがt期に戦略jを選択することの期待効用　$E_i^j(t)$
- パラメータ
  - iが持つ”相手が戦略kを選択する”初期強化と経験数　$B_{-i}^{k}(0),\ N(0)$
  - 過去に経験した強化の割引率　ρ

例題 -信念学習-

□ 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$N(0)=1, N_B^1(0)=0.5, N_B^2(0)=0.5,$$
$$B_B^1(0)=0.5, B_B^2(0)=0.5$$
$$\rho=1.0$$

- 1回目

$s(1)=(S_1,S_1)$

$N(1)=N(0)+1=2$

$B_B^1(1)=\{N_B^1(0)+I(s_B^1,s_B^1)\}/N(1)=3/4$

$B_B^2(1)=\{N_B^2(0)+I(s_B^2,s_B^1)\}/N(1)=1/4$

$E_A^1(1)=B_B^1(1)\cdot\pi_A(s_A^1,s_B^1)+B_B^2(1)\cdot\pi_A(s_A^1,s_B^2)=7/4$

$E_A^2(1)=B_B^1(1)\cdot\pi_A(s_A^2,s_B^1)+B_B^2(1)\cdot\pi_A(s_A^2,s_B^2)=5/4$

- 2回目

$s(2)=(S_1,S_2)$

$N(2)=N(1)+1=3$

$B_B^1(2)=\{N_B^1(1)+I(s_B^1,s_B^2)\}/N(2)=1/2$

$B_B^2(2)=\{N_B^2(1)+I(s_B^2,s_B^2)\}/N(2)=1/2$

$E_A^1(2)=B_B^1(2)\cdot\pi_A(s_A^1,s_B^1)+B_B^2(2)\cdot\pi_A(s_A^1,s_B^2)=3/2$

$E_A^2(2)=B_B^1(2)\cdot\pi_A(s_A^2,s_B^1)+B_B^2(2)\cdot\pi_A(s_A^2,s_B^2)=3/2$

- 3回目

$s(3)=(S_2,S_2)$

EWA学習-Experience Weighted Attraction-

- 学習ルール
  - Camerer and Ho(1999)

$$N(t) = \rho \cdot N(t-1) + 1, \quad t \geq 1$$

$$A_i^j(t) = \frac{\phi \cdot N(t-1) \cdot A_i^j(t-1) + \left[\delta + (1-\delta) \cdot I(s_i^j, s_i(t))\right] \cdot \pi(s_i^j, s_{-i}(t))}{N(t)}$$

- 変数の説明
  - プレイヤーiがt期に持つ戦略jに対する強化 $A_i^j(t)$
- パラメータ
  - プレイヤーiが持つ戦略jに対する初期強化と経験数 $A_i^j(0),\ N(0)$
  - 実際に得た利得と実現しなかった利得の重み δ
  - 強化の割引率 ϕ
  - 経験の割引率 ρ

例題 -EWA学習- δ=0.0のとき

- 利得行列

A \ B	S1	S2
S1	(2,2)	(1,1)
S2	(1,1)	(2,2)

- パラメータの設定

$$N(0)=1$$

$$A_A^1(0)=0.5, A_A^2(0)=0.5$$

$$\delta=0.5$$

$$\phi=1.0$$

$$\rho=0.0$$

- 1回目

$$s(1)=(S_1,S_1)$$

$$N(1)=1$$

$$A_A^1(1)=\frac{N(0)\cdot A_A^1(0)+I\left(s_A^1,s_A^1(1)\right)\cdot\pi\left(s_A^1,s_B^1(1)\right)}{N(1)}=2.5$$

$$A_A^2(1)=\frac{N(0)\cdot A_A^2(0)+I\left(s_A^2,s_A^1(1)\right)\cdot\pi\left(s_A^2,s_B^1(1)\right)}{N(1)}=0.5$$

- 2回目

$$s(2)=(S_1,S_2)$$

$$N(2)=1$$

$$A_A^1(2)=\frac{N(1)\cdot A_A^1(1)+I\left(s_A^1,s_A^1(2)\right)\cdot\pi\left(s_A^1,s_B^2(2)\right)}{N(1)}=3.5$$

$$A_A^2(2)=\frac{N(1)\cdot A_A^2(1)+I\left(s_A^2,s_A^1(2)\right)\cdot\pi\left(s_A^2,s_B^2(2)\right)}{N(1)}=0.5$$

- 3回目

$$s(3)=(S_1,S_2)$$

例題 -EWA学習- δ=1.0のとき

□ 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

□ パラメータの設定

$$N(0)=1$$
$$A_A^1(0)=1.5, A_A^2(0)=1.5$$
$$\delta=0.5$$
$$\phi=1.0$$
$$\rho=1.0$$

■ 1回目

$$s(1)=(S_1,S_1)$$
$$N(1)=N(0)+1=2$$
$$A_A^1(1)=\frac{N(0)\cdot A_A^1(0)+\pi\left(s_A^1,s_B^1(1)\right)}{N(1)}=7/4$$
$$A_A^2(1)=\frac{N(0)\cdot A_A^2(0)+\pi\left(s_A^2,s_B^1(1)\right)}{N(1)}=5/4$$

■ 2回目

$$s(2)=(S_1,S_2)$$
$$N(2)=N(1)+1=3$$
$$A_A^1(2)=\frac{N(1)\cdot A_A^1(1)+\pi\left(s_A^1,s_B^2(2)\right)}{N(2)}=3/2$$
$$A_A^2(2)=\frac{N(1)\cdot A_A^2(1)+\pi\left(s_A^2,s_B^2(2)\right)}{N(1)}=3/2$$

■ 3回目

$$s(3)=(S_2,S_2)$$

例題 -EWA学習- δ=0.5のとき

- 利得行列

A \ B	S_1	S_2
S_1	(2,2)	(1,1)
S_2	(1,1)	(2,2)

- パラメータの設定

$$N(0)=1$$
$$A_A^1(0)=1.5, A_A^2(0)=1.5$$
$$\delta=0.5$$
$$\phi=1.0$$
$$\rho=1.0$$

- 1回目

$$s(1)=(S_1,S_1)$$
$$N(1)=N(0)+1=2$$
$$A_A^1(1)=\frac{N(0)\cdot A_A^1(0)+\left[0.5+0.5\cdot I(s_A^1,s_A^1(1))\right]\pi\left(s_A^1,s_B^1(1)\right)}{N(1)}=7/4$$
$$A_A^2(1)=\frac{N(0)\cdot A_A^2(0)+\left[0.5+0.5\cdot I(s_A^2,s_A^1(1))\right]\pi\left(s_A^2,s_B^1(1)\right)}{N(1)}=1$$

- 2回目

$$s(2)=(S_1,S_2)$$
$$N(2)=N(1)+1=3$$
$$A_A^1(2)=\frac{N(1)\cdot A_A^1(1)+\left[0.5+0.5\cdot I(s_A^1,s_A^1(2))\right]\pi\left(s_A^1,s_B^2(2)\right)}{N(2)}=3/2$$
$$A_A^2(2)=\frac{N(1)\cdot A_A^2(1)+\left[0.5+0.5\cdot I(s_A^2,s_A^1(2))\right]\pi\left(s_A^2,s_B^2(2)\right)}{N(2)}=1$$

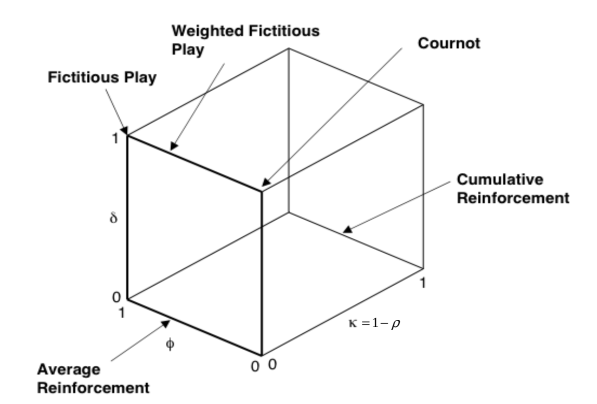
- 3回目

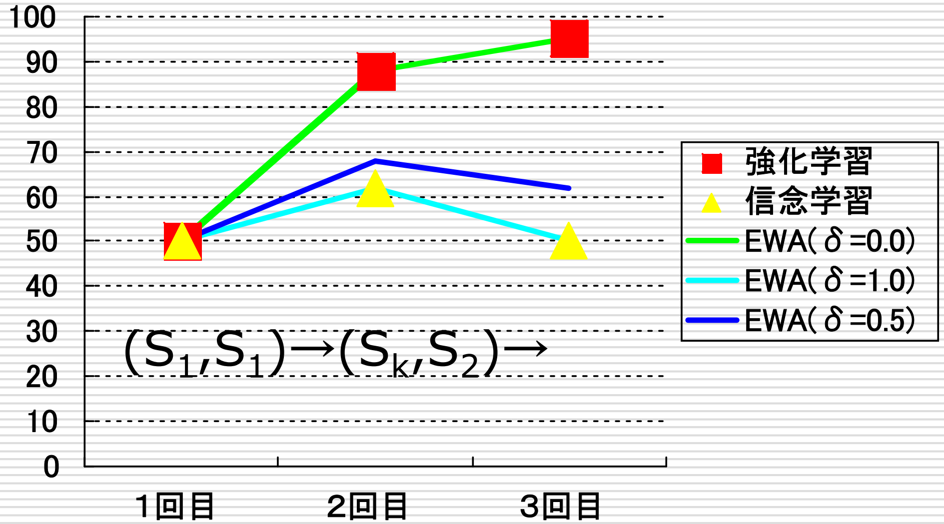
$$s(3)=(S_2,S_2)$$

選択確率の算出

- ロジット選択確率
  - プレイヤーBの戦略が1回目S_1→2回目S_2のときプレイヤーAがt回目に戦略1を選択する確率

$$P_A^1(t+1) = \frac{\exp(A_A^1(t))}{\sum_k \exp\left(A_A^k(t)\right)}$$





学習モデルの検証 -6×6行列定和繰返しゲーム-

Model Calibration and Validation in Median-Action, Constant-Sum, and p-Beauty Contest Games

Game Model	No. of Parameters	Calibration LL	Calibration AIC	Calibration BIC	Validation ρ^2	Validation LL	Validation MSD
Constant-sum 2 (M = 560)							
1-Segment							
Random	0	−1003.39	−1003.39	−1003.39	0.0000	−430.02	0.1435
Choice Reinforcement	7	−853.61	−860.61	−876.00	0.1423	−359.74	0.1222
Belief-based	8	−797.72	−805.72	−823.31	0.1970	−350.09	0.1212
EWA	10	−790.61	−800.61	*−822.59**	0.2021	−341.71	*0.1179**
2-Segment							
Random	0	−1003.39	−1003.39	−1003.39	0.0000	−430.02	0.1435
Choice Reinforcement	15	−853.50	−868.50	−901.48	0.1344	−363.10	0.1513
Belief-based	17	−790.10	−807.10	−844.47	0.1956	−347.50	0.1205
EWA	21	−776.83	*−797.83**	−844.00	0.2049	*−335.95**	0.1195
Constant-sum 4 (M = 560)							
1-Segment							
Random	0	−1003.39	−1003.39	−1003.39	0.0000	−430.02	0.1435
Choice Reinforcement	7	−901.60	−908.60	−923.99	0.0945	−375.94	0.1284
Belief-based	8	−857.19	*−865.19**	*−882.78**	0.1377	−371.18	0.1262
EWA	10	−855.29	−865.29	−887.27	0.1376	−362.26	0.1241
2-Segment							
Random	0	−1003.39	−1003.39	−1003.39	0.0000	−430.02	0.1435
Choice Reinforcement	15	−901.60	−916.60	−949.58	0.0865	−375.62	0.1283
Belief-based	17	−856.97	−873.97	−911.34	0.1290	−372.12	0.1265
EWA	21	−854.00	−875.00	−921.17	0.1280	*−361.15**	*0.1239**

6 × 6 Constant-Sum Games, G2 (W = 5 Rupees) and G4 (W = 10 Rupees)

			Column S1	S2	S3	S4	S5	S6
3/8	Row	S1	W,L	L,W	L,W	L,W	L,W	W,L
2/8		S2	L,W	L,W	W,L	W,L	W,L	W,L
1/8		S3	L,W	W,L	L,W	L,W	W,L	L,W
1/8		S4	L,W	W,L	W,L	L,W	L,W	L,W
1/8		S5	L,W	W,L	L,W	W,L	L,W	W,L
0		S6	L,W	L,W	W,L	L,W	W,L	W,L

6 × 6 Constant-Sum Games (G2 and G4) (M = 560)

Parameters	EWA G2	EWA G4	Choice Reinforcement G2	Choice Reinforcement G4	Belief-Based Models G2	Belief-Based Models G4
Initial Values						
ROW						
$A^1(0)\ [N^1(0)]$	2.996	9.491	5.000	10.000	*2.309* [41.566]	*5.335* [16.005]
	(0.068)	(0.145)	(0.000)	(0.000)	(0.045) [0.810]	(0.053) [0.283]
$A^2(0)\ [N^2(0)]$	2.434	7.964	5.000	10.000	*2.077* [11.048]	*4.665* [0.001]
	(0.043)	(0.090)	(0.000)	(0.000)	(0.036) [0.886]	(0.053) [0.000]
$A^3(0)\ [N^3(0)]$	0.000	0.027	0.000	0.000	*1.122* [10.227]	*0.734* [1.090]
	(0.015)	(0.081)	(0.000)	(0.000)	(0.086) [1.111]	(0.050) [0.083]
$A^4(0)\ [N^4(0)]$	0.000	0.004	0.000	0.000	*1.182* [18.018]	*0.364* [10.704]
	(0.036)	(0.001)	(0.000)	(0.000)	(0.080) [0.850]	(0.026) [0.298]
$A^5(0)\ [N^5(0)]$	1.338	6.105	0.229	8.501	*1.615* [9.141]	*3.568* [2.200]
	(0.034)	(0.060)	(0.000)	(0.000)	(0.030) [0.993]	(0.071) [0.115]
$A^6(0)\ [N^6(0)]$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	*1.076* [0.000]	*0.097* [0.000]
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.038) [0.000]	(0.040) [0.000]
COLUMN						
$A^1(0)\ [N^1(0)]$	4.998	8.733	5.000	10.000	*3.595* [25.296]	*7.769* [6.692]
	(0.020)	(0.198)	(0.000)	(0.000)	(0.044) [0.797]	(0.072) [0.253]
$A^2(0)\ [N^2(0)]$	4.047	6.306	4.852	9.996	*3.218* [32.627]	*6.383* [10.301]
	(0.046)	(0.080)	(0.000)	(0.000)	(0.034) [1.151]	(0.131) [0.496]
$A^3(0)\ [N^3(0)]$	2.201	1.572	0.001	0.001	*2.444* [16.539]	*3.954* [5.141]
	(0.050)	(0.049)	(0.000)	(0.000)	(0.068) [0.922]	(0.102) [0.352]
$A^4(0)\ [N^4(0)]$	3.852	6.565	4.973	9.832	*3.068* [13.391]	*6.557* [5.684]
	(0.043)	(0.070)	(0.000)	(0.000)	(0.053) [0.914]	(0.150) [0.462]
$A^5(0)\ [N^5(0)]$	1.737	1.851	0.000	0.001	*2.269* [2.147]	*4.135* [0.028]
	(0.047)	(0.267)	(0.000)	(0.000)	(0.085) [0.389]	(0.213) [0.000]
$A^6(0)\ [N^6(0)]$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	*1.663* [0.000]	*3.608* [2.155]
	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.034) [0.000]	(0.131) [0.373]
$N(0)$	15.276	9.937	$\underline{1.000}$	$\underline{1.000}$	*90.000*	*30.000*
	(0.009)	(0.017)	(0.000)	(0.000)	(0.012)	(0.448)
Decay Parameters						
ϕ	0.986	0.991	0.960	0.962	0.989	1.000
	(0.005)	(0.011)	(0.005)	(0.005)	(0.004)	(0.002)
ρ	0.935	0.926	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	$\underline{0.989}$	$\underline{1.000}$
	(0.006)	(0.024)	(0.000)	(0.000)	(0.004)	(0.002)
Imagination factor						
δ	0.413	0.547	$\underline{0.000}$	$\underline{0.000}$	$\underline{1.000}$	$\underline{1.000}$
	(0.082)	(0.054)	(0.000)	(0.000)	(0.000)	(0.000)
Payoff sensitivity						
λ	0.646	0.218	0.098	0.046	1.812	1.501
	(0.030)	(0.019)	(0.005)	(0.002)	(0.123)	(0.019)
−LL	790.608	855.288	853.608	901.600	797.720	842.968
χ^2	—	—	126.000	92.264	14.224	21.280
(p-value, dof)			(0.000,3)	(0.000,3)	(0.001,2)	(0.000,2)

fEWA学習 -functional EWA-

- Ho,Camerer and Chong(2002)
  - δ,κ,φをパラメータを含まない関数形で近似
    - 直近のW期間に相手の戦略に変化があると強く強化

$$\phi_i(t)=1-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{m_{-i}}\left[\frac{\sum_{\tau=t-W}^{t} I(S_{-i}^{j},S_{-i}(t))}{W}-\frac{\sum_{\tau=1}^{t}(S_{-i}^{j},S_{-i})}{t}\right]^2\right)$$

    - 直近のW期間に相手が選択する高頻度の戦略は強く強化

$$\delta_i(t)=\frac{\phi_i(t)}{W}$$

    - 戦略間の使用頻度の差異が大きいと強く強化

$$\kappa_i(t)=1-\rho_i(t)=1-\frac{1}{2}\left\{\sum_{k=1}^{m_i} f_i^{k}(t)\cdot\frac{m_i-k}{m_i-1}\right\}$$

歩行者挙動の予想

- 強化学習
  - 自身の行動結果と得た利得情報のみでモデル化が可能。
  - 相手の急激な行動変化に対応できない。
- 信念学習
  - スムーズな移動が表現できない。
  - 相手行動に対する”先読み”のような確信を分析できる。
- EWA学習
  - モデルの適合度が向上する。
  - 推定結果を恣意的に解釈できる。

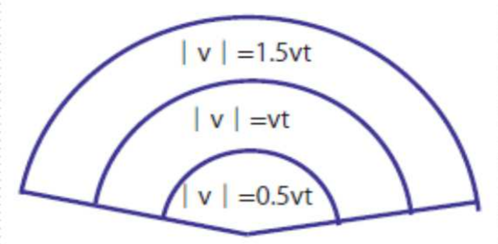
研究計画

帰納的学習ゲームによる歩行者と自動車のインタラクションモデル, Vol.1, No.3

ペイオフマトリクス

- 速度の3分類
  - (s_1,s_2,s_3)=(減速,一定,加速)

歩＼車	s_1	s_2	s_3
s_1	u_A^1, u_B^1	u_A^1, u_B^2	u_A^1, u_B^3
s_2	u_A^2, u_B^1	u_A^2, u_B^2	u_A^2, u_B^3
s_3	u_A^3, u_B^1	u_A^3, u_B^2	u_A^3, u_B^3



※ 要検討

$$P_A^k(t+1) = \frac{\exp(A_A^k(t))}{\sum_{k=1}^{3}\exp\left(A_A^k(t)\right)} = \frac{\exp\left\{F_A^k(\delta,\phi,\rho,A_A^k(0),N(0),\lambda u_A^k)\right\}}{\sum_{k=1}^{3}\exp\left\{F_A^k(\delta,\phi,\rho,A_A^k(0),N(0),\lambda u_A^k)\right\}}$$

研究の位置付け

- 独立した意思決定
  - 相手は1選択肢：等速直線運動
    - Hoogendorn(2003)、浅野美穂(2006)
- 静的ゲーム:QRE
  - 相手は3選択肢
    - Hideyuki Kita(1999)
- 動的ゲーム:本研究
  - 相手は3選択肢 ＋ 過去の行動結果を考慮
    - 強化学習
    - 信念学習
    - EWA学習

説明変数

- 接近コストの算定
  - 楕円形のパーソナルスペースを考慮

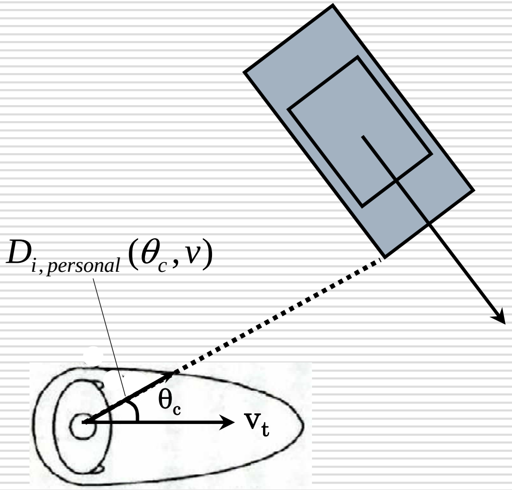
$$U_{ij}(t,v) = \tau \exp\left\{\phi D_{ij\,min}(t,v) - \psi D_{i,personal}(\theta_c, v)\right\}$$

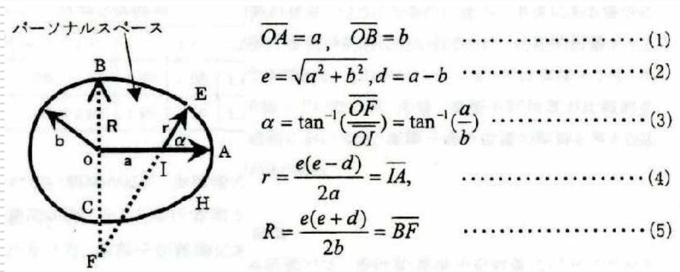
$$D_{ijmin}(t,v) = \min_{u} D_{ij}(t+u, v) \quad s.t. 0 \le u \le T$$

$$D_{ij}(t+u,v) = \left\| X_i(t+u) - X_j(t+u) \right\|$$

$$D_{personal}(\theta_c, v) = F(\theta_c, v)$$

$$a = \exp(v) + a(0)$$





$U_{ij}(t,v)$:t期に速度vを選択するときの接近コスト

$D_{ijmin}(t,v)$:t期に速度vを選択するときの最小歩車間距離

$D_{personal}(\theta_c, v)$:速度v、進行方向に対して角度θcのときの パーソナルスペース

a :四円弧楕円の長軸

説明変数

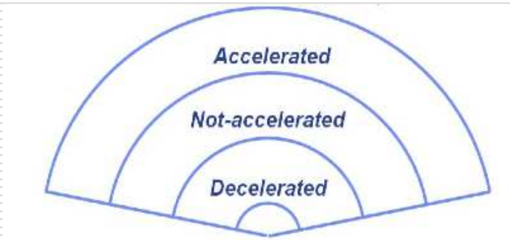
□ 目的地接近と速度変化の効用

$$U_d(t,v) = \beta_{ddist} ddist_v$$

$$U_{acc,dec}(t,v) = \beta_{acc} I_{v_i acc} (v_n / v_{\max})^{\lambda_{acc}} + \beta_{dec} I_{v_i dec} (v_n / v_{\max})^{\lambda_{dec}}$$

$$ddist_v = v_n$$

$$I_{v_i acc} = \begin{cases} 1 & if \quad v_i = acc \\ 0 & if \quad v_i \neq acc \end{cases}$$



$U_d(t,v)$: 目的地接近の効用
$U_{acc,dec}(t,v)$: 速度変化の効用
$ddist_v$: 速度vを選択するときの目的地までの距離
$I_{v_i(acc,dec)}$: 加速acc、または減速decを選択するときの指示関数
$v_{\max}$: 希望速度

今後の予定

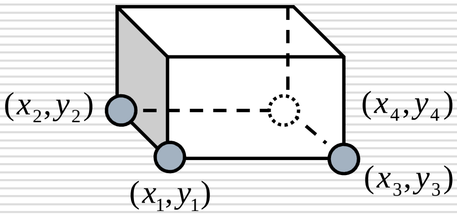
- 10月
  - 位置座標の取得
  - 論文レビュー(非期待効用理論)
- 11月
  - データセットの作成
  - 論文レビュー
- 12月
  - パラメータ推定
  - 試行錯誤

位置情報の取得

- 距離補正
  - 視認不可能ポイントの算出

$$x_4 = x_2 + x_3 - x_1$$

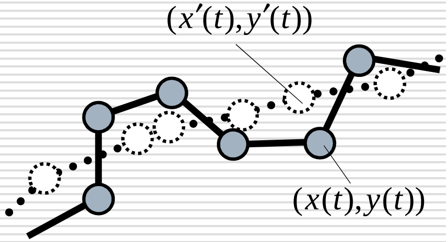
$$y_4 = y_2 + y_3 - y_1$$



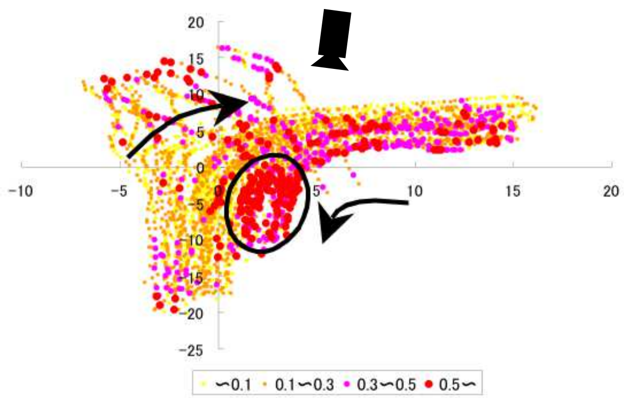
- スムージング
  - ３区間移動平均

$$x'(t) = \frac{x(t-1) + x(t) + x(t+1)}{3}$$

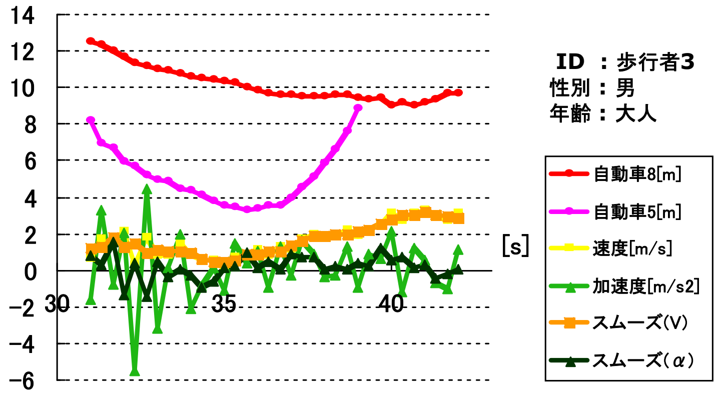
$$y'(t) = \frac{y(t-1) + y(t) + y(t+1)}{3}$$



誤差の空間分布



自動車の接近と歩行者行動



非期待効用理論

- 信念学習(期待効用理論)

$$E_i^j(t) = \sum_{k=1}^{m_{-i}} u_i(s_i^j, s_{-i}^k) \cdot B_{-i}^k(t)$$

- プロスペクト理論
  - 一般形

$$V(L_i) = \sum_i u(x_i) \cdot \omega_i$$

  - ランク依存型

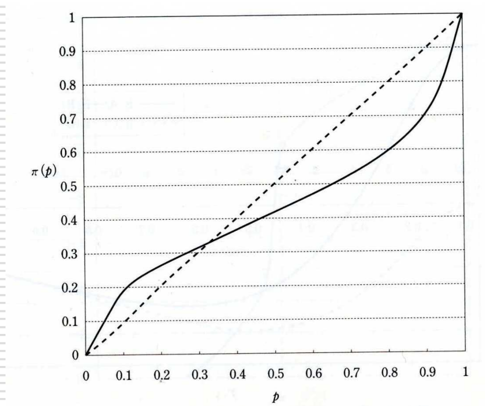
$$\omega_i = \pi(p_i + \cdots + p_n) - \pi(p_{i+1} + \cdots + p_n)$$

$$\pi(p_i) = \frac{p^\gamma}{\left(p^\gamma + (1-p)^\gamma\right)^{\frac{1}{\gamma}}}$$

  - 参照点依存型

$$u(x) = \begin{cases} x^\alpha & if \quad x \geq 0 \\ -\lambda(-x^\beta) & if \quad x \leq 0 \end{cases}$$

確率重み付け関数



損失回避の評価関数